

Тренажер №1 А – 11.**1. Вычислите приращение функции $y=f(x)$ на промежутке $[a; b]$**

1. $f(x)=4x+3$, $a=0$, $b=0,2$;

2. $f(x)=x^2-3x$, $a=2$, $b=3$;

3. $f(x)=\frac{2x}{x+1}$, $a=1$, $b=1,5$;

4. $f(x)=\frac{2x^2}{x^2-1}$, $a=2$, $b=2,5$;

5. $f(x)=\sqrt{x+8}$, $a=-1$, $b=-8$.

1. Вычислите приращение функции $y=f(x)$ на промежутке $[x; x + \Delta x]$

1. $f(x)=2x+3$, $x=1,5$, $\Delta x=2,5$;

2. $f(x)=3x^2-x+1$, $x=0$, $\Delta x=2$;

3. $f(x)=x^3-2x^2+x$, $x=-1$, $\Delta x=1$;

4. $f(x)=\frac{\sqrt{x+2}}{2x+1}$, $x=2$, $\Delta x=5$;

5. $f(x)=\frac{x^2+2x}{2x-1}$, $x=-2$, $\Delta x=1$.

3. Вычислите среднюю скорость роста функции $y=f(x)$ на двух данных промежутках и на промежутке $[x; x + \Delta x]$:

1. $f(x)=2x+1$, $[0;1]$, $[0;0,2]$;

2. $f(x)=-\frac{1}{2}x+3$, $[1;4]$, $[0; \frac{1}{5}]$;

3. $f(x)=2x^2-1$, $[1;9]$, $[-0,1;0]$;

4. $f(x)=2x^2-x-1$, $[-3;4]$, $[1;1,2]$;

5. $f(x)=x^3-3x-x$, $[1;2]$, $[-3,2;-3]$.

Тренажер №2. Производная степенной функции.

Найти производную функции

1. $f(x)=2x^3$

2. $h(x)=\frac{3}{x}$.

3. $f(x)=x^4-4x^3-8x^2+13$.

4. $v(h)=-\frac{1}{h}+3h$.

5. $f(x)=\frac{2}{3x}+3x^2$.

6. $f(x)=\frac{2x^7}{7}-\frac{3x^5}{10}+4x^3-x-10$.

7. $f(x)=-\frac{x^5}{5}+\frac{2x^3}{3}-x^2+x+\frac{5}{x^2}$.

8. $f(x)=\frac{2x^5+x^4-3x^2+5x+6}{3x^2}$.

9. $g(t)=-\frac{1}{2t^4}+\frac{1}{t^2}-\frac{1}{4t}$.

10. $s(r)=2\pi r^2+4\pi r+k$.

11. $y(t)=\sqrt[3]{t^5}+\sqrt[4]{t^3}$.

12. $f(x)=x^3(5x-1)(1-2x)$.

13.

$v(\alpha)=(3\alpha-5)^2(2\alpha-1)(2\alpha+1)$.

14. $y(t)=\frac{t^2-1}{t^2+1}$.

15. $v(h)=\frac{3}{h^2-2h+2}$.

16. $g(t)=\frac{t^3-3t+1}{t^3+2}$.

17. $g(t)=(t+4)\sqrt[3]{t}$.

18. $f(u)=(2u-\sqrt{u})^2$.

19. $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{4+x}$.

20. $f(x)=\frac{2+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$.

21. $g(x)=\frac{\sqrt[4]{x^3}}{5}-\frac{2}{\sqrt[3]{x}}+x^5\sqrt{x}+9$.

22. $f(x)=\frac{27\sqrt{x}+8x^2}{x\sqrt{x}}$.

23. $f(x)=\frac{x^2}{5-\sqrt[3]{x}}$.

24. $y(t)=\sqrt{t}(\sqrt[3]{t}+2t)$.

25. $f(x)=\frac{(1+x^2)(2x+3)}{(1+\sqrt{x})^2}$.

Тренажер №3. Производная сложной функции (линейная замена).

Найти производную функции:

1. $f(x)=(2x+3)^4$.

2. $g(u)=(-3u+7)^3$.

3. $f(x)=(2x+1)^4-(3x-1)^6$.

4. $g(t)=(7t+3)^5-\frac{(7t-4)^9}{3}$.

5. $F(l)=(2l+1)^4\cdot(2l-1)^3$.

6. $f(x)=a\left(\frac{x}{a}+b\right)^5$.

7. $F(j)=2\pi(4-j)^2-\pi(4-3j)^2$.

8. $f(x)=\frac{1}{3x-1}$.

9. $g(x)=\frac{1}{(1+3x)^3}$.

10. $f(x)=\frac{2}{3x+2}-\frac{1}{3(6x-1)}$.

11. $P(\alpha)=\frac{a}{(\alpha-4)^2}-\frac{b}{(\alpha+3)^3}$.

12. $y(x)=\sqrt{6x-3}$.

13. $f(x)=3\sqrt[3]{(4x-5)^5}$.

14. $y(t)=\sqrt[3]{(1-2t)^2}-\sqrt{5t+2}$.

15. $f(x)=\sqrt{3x-4}\cdot(2-3x)^3$.

Тренажер № 4. Уравнение касательной.

Дана функция $y=f(x)$. Найдите:

- 1) угловой коэффициент касательной к графику этой функции в точке с абсциссой x_0 ;
2) точки, в которых угловой коэффициент касательной равен k ;

3) напишите уравнение касательной к графику функции в точке с абсциссой x_0 :

1. $y=x^2+4$, $x_0=1$, $k=4$.
2. $y=2x^2+x$, $x_0=2$, $k=-1$.
3. $y=3x^2-6x+1$, $x_0=0$, $k=6$.
4. $y=-\frac{x^2}{2}-4x+3$, $x_0=-1$, $k=0$.
5. $y=x^3+3x+2$, $x_0=\frac{1}{3}$, $k=\frac{8}{3}$.
6. $y=x+\frac{1}{x}$, $x_0=1$, $k=\frac{1}{2}$.
7. $y=2x^4-x^3+1$, $x_0=0$, $k=0$.
8. $y=(x-2)^2(x+1)$, $x_0=1$, $k=6$.
9. $y=\frac{1}{1+x^2}$, $x_0=1$, $k=0$.
10. $y=\frac{3-x}{x+4}$, $x_0=-3$, $k=-7$.
11. $y=x+2\sqrt{x}$, $x_0=1$, $k=2$.
12. $y=(x+1)\sqrt{x}$, $x_0=4$, $k=2$.

Тренажер № 5. Промежутки монотонности

Найдите промежутки монотонности функции:

1. $y=x^2-3x+2$.
2. $y=(2x-1)^2$.
3. $y=6x-x^2+5$.
4. $y=2x^3+6x^2-1$.
5. $y=\frac{2x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+5x$.
6. $y=2x^3-\frac{9x^2}{2}+3x-4$.
7. $y=\frac{x^4}{2}-4x^2+180$.
8. $y=x^2-5x^3+20x-3$.
9. $y=\frac{x(x-3)^3}{2}$.
10. $y=x^4+\frac{1}{3}x^2-2$.
11. $y=x^5-20x^3+1$.
12. $y=\frac{4}{x}+2x^2$.
13. $y=\frac{x+2}{x^3}$.
14. $y=\frac{x+2}{x^2-1}$.
15. $y=\frac{x^2-x-1}{x^2-x-2}$.
16. $y=\sqrt{x}(x-3)$.
17. $y=\sqrt{5-2x}$.
18. $\frac{\sqrt{x-3}}{x^2-4}$.

Тренажер № 6. Экстремум функции.

Найдите точки экстремума функции

1. $y=x^2+1$.
2. $y=3x^2-4x$.
3. $y=x^3+3x^2$.
4. $y=2x^3-24x+5$.
5. $y=2x^3+3x^2-12x+5$.
6. $y=(x+2)^2(3x-1)$.
7. $y=x^4-4x^3+4x^2$.
8. $y=2x(1-3x)^3$.
9. $y=\frac{x^2+1}{x}$.
10. $y=\frac{x^3+4}{x^2}$.
11. $y=x^2+\frac{1}{x^2}$.
12. $y=\sqrt{x-4}$.
13. $y=x+\frac{2}{\sqrt{x}}$.
14. $y=\frac{2x}{x^2+9}$.
15. $y=\frac{6(x-1)}{x^2+3}$.
16. $y=\frac{x^2-2x+2}{x-1}$.
17. $y=(x-1)\sqrt{x}$.
18. $y=2x^2-\sqrt{x}$.
19. $y=\sqrt[3]{x^2}-1$.
20. $y=x^2\sqrt{1-2x}$.

Тренажер № 7. Исследование функции на отрезке

Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y=f(x)$ на заданных промежутках:

1. $y=x^3-12x+4$ а) $[0;3]$ б) $[-3;4]$
2. $y=1+3x-\frac{x^3}{9}$ а) $[-9;-4]$, б) $[-2;7]$
3. $y=x^3-x^2+3x-11$ а) $[-1;1]$ б) $[0;4]$
4. $y=x^4-8x+3$ а) $[-2;-1]$ б) $[-1;0]$
5. $y=x^4-4x^3-8x^2+13$ а) $[-2;3]$ б) $[0;5]$
6. $y=x+\frac{1}{x}$ а) $[-2;-\frac{1}{2}]$ б) $[\frac{1}{2};2]$
7. $y=x^2-\frac{1}{x}$ а) $[1;2]$ б) $[-1;-\frac{1}{2}]$
8. $y=x^2+\frac{16}{x^2}$ а) $[2;4]$ б) $[-3;-1]$
9. $y=x-\sqrt{x}$ а) $[-\frac{1}{2};2]$ б) $[1;4]$
10. $y=(x+2)^3(x-1)$ а) $[-3;1]$ б) $[2;3]$
11. $y=\sqrt{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}$ а) $[\frac{1}{16};1]$ б) $[4;9]$
12. $y=\sqrt{x(10-x)}$ а) $[0;2]$ б) $[1;6]$.

Тренажер № 8. Вычисление первообразных.

Вычислите первообразную функции:

1. $y=x^3+1$.

2. $y=2x^2-\frac{1}{x^2}$.

3. $y=(1-3x)^2$.

4. $y=\frac{5}{x^2}$.

5. $y=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}-2x^{\frac{2}{5}}+3$.

6. $y=\frac{x^3-2}{x^2}$.

7. $y=\frac{2x^2-3x+5}{\sqrt{x}}$.

8. $y=\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}-\sqrt{2}$.

9. $y=\frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}$.

10. $y=\sqrt{x}\left(\frac{2}{x}-\sqrt[3]{x}\right)$

11. $y=\frac{x+5-\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}$.

12. $y=(1+x)\sqrt[4]{x^3}$.

Тренажер № 10. Вычисление площадей.

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

1. $y=x^3, y=0, x=1, x=3$.

2. $y=x^2, y=2x$.

3. $y=x, y=0, x=3, x=1$.

4. $y=x^2-2x+3, y=0, x=0, x=2$.

5. $y=\sqrt[4]{x}, y=x$.

6. $y=\sin x, y=0, x=\frac{\pi}{2}, x=\frac{3\pi}{4}$.

7. $y=\sin x, y=0, x=\pi, x=\frac{3\pi}{2}$.

8. $y=2x+1, y=x^2$.

9. $y=x^2+2x+2, y=0, x=-1, x=2$.

10., $y=1, y=x^2$.

11. $y=2x, y=5x, x=1$.

12. $y=x^2-1, y=0$.

13. $y=2-x^2, y=\sqrt{x}, x=0$.

14. $y=-x, y=-x^3 (y \geq 0)$.

15. $y=\frac{1}{x}, y=x, x=2$.

16. $y=2-x^2, y=x, y=0$.